

Baky Ágnes városi és régiós matematika verseny 2024

második forduló

1. A Szabó ikrek, Kati, Marcsi és Julcsi 21 egyforma parfümös üveget találnak a nagyinál, melyek közül 7 db tele van, 7 db üres és 7 db pontosan félig van megtöltve. Hogyan tudják egymást közt elosztani ezeket az üvegeket, úgy hogy mindenkinek ugyanannyi parfüm mennyisége és ugyanannyi üvege legyen? (Az üvegek zártak, öntögetni nem tudnak egyikből sem.)

megoldás: A félig telt üvegekből páratlan számú lehet mindenképp. Tehát az alábbi elosztások lehetségesek: (mindkét felosztás megtalálása 6 pont, ha csak egyik 3 pont)

	Kati	Marcsi	Julcsi
	1 félig	1 félig	5 félig
	3 teli	3 teli	1 teli
	3 üres	3 üres	1 üres
vagy	5 félig	1 félig	1 félig
	1 teli	3 teli	3 teli
	1 üres	3 üres	3 üres
vagy	1 félig	5 félig	1 félig
	3 teli	1 teli	3 teli
	3 üres	1 üres	3 üres
vagy	3 félig	3 félig	1 félig
	2 teli	2 teli	3 teli
	2 üres	2 üres	3 üres
vagy	1 félig	3 félig	3 félig
	3 teli	2 teli	2 teli
	3 üres	2 üres	2 üres
vagy	3 félig	1 félig	3 félig
	2 teli	3 teli	2 teli
	2 üres	3 üres	2 üres

2. Egy vidéki cukrászdában csak ötféle fagyalt kapható: vanília, karamell, csoki, puncs és málna. Hányféle olyan háromgombócos fagyaltkelyhet tudunk összeállítani, amelyben, nincs egyszerre csoki és karamell? (Két kehely akkor különböző, ha van olyan ízű fagy, amiből az egyikben több van, mint a másikban.)

megoldás: (a három féle lehetőség – 3 azonos, 2 azonos, mind különböző – 6 pont,

lehetősége esetszám hibája esetén 1-1 pont levonás)

- a fagyaltkelyhek lehetnek 3 azonos ízű gombócból, ekkor 5 féle kehely állítható össze (3 csoki/3 karamell/3 vanília/3 puncs/3 málna): → **5 eset**
- lehetnek 2 azonos és 1 ettől különböző gombócból: $5 \cdot 4 = 20$, de kettőt el kell venni (KKCs és CsCsK) → **18 eset**

VVK, VKK, VVCs, VCcCs, VVP, VPP, VVM, VMM,

~~KKCs, KCsCs~~, KKP, KPP, KKM, KMM

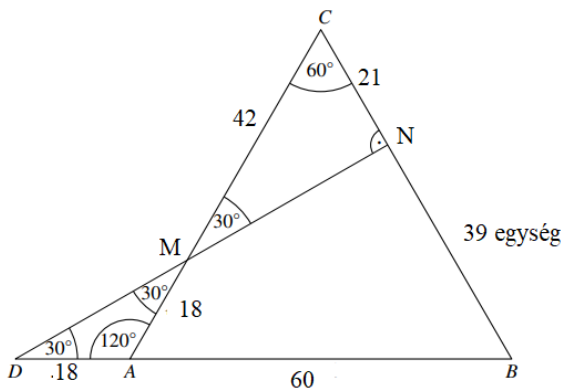
CsCsP, CsPP, CsCsM, CsMM

PPM, PMM

- lehet mindhárom gombóc különböző, ebben az esetben: $\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$, de ebből is el kell venni azokat, amiben van csoki és karamell egyszerre (3) \rightarrow 7 eset
~~VKCs, VKP, VKM, VCsP, VCsM, VPM, KCsP, KCsM~~, CsPM, KPM
Válasz: $5 + 18 + 7 = 30$ féle kehely állítható össze a feltétel szerint.

3. Egy ABC szabályos háromszög minden oldala 60 cm hosszú. Az AB oldalt meghosszabbítjuk A-n túl 18 cm-rel, így kapjuk a D pontot. Az AC oldalán M az a pont, amelyre teljesül, hogy AM és CM szakaszok hosszának aránya 3 : 7. A DM egyenes a BC szakaszt az N pontban metszi. Hány centiméter hosszú a BN szakasz?

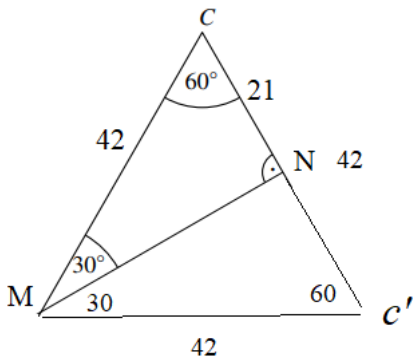
megoldás: készítünk egy ábrát (összesen 6 pont szerezhető)



Mivel M pont AC oldalt 3 : 7 arányban osztja, ezért $AM = \frac{3}{10} \cdot 60 = 18$ cm és $MC = \frac{7}{10} \cdot 60 = 42$ cm. 1 pont

Ebből adódik, hogy ADM háromszög egyenlőszárú ($AD = AM = 18$ cm), és mivel ABC szabályos háromszög volt, tehát A csúcsnál lévő szög 60 fok, a külső szög pedig 120 fok, így $\angle ADM = \angle AMD = 30$ fokos. 1 pont

Az MNC háromszög M-nél lévő szöge is 30 fok (csúcsszög) 1 pont, míg C-nél 60 fokos a szög (ABC szabályos háromszög belső szöge), tehát MNC derékszögű háromszög. Az átfogója 42 cm. 1 pont



Azoknál a derékszögű háromszögeknél, melyeknél a hegyesszögek 30 és 60 fokosak, egy befogóra tükrözéssel belátható, hogy a rövidebb befogó az átfogó fele 1 pont, tehát CN 21 cm, vagyis BN $60 - 21 = 39$ cm. helyes válasz közlése: 1 pont

PPT: Érdekes matematikai probléma bemutatása volt a feladat

- a feladat megértése: egy matematikai probléma, feladat, tétel, érdekesség bemutatása 2 pont
- kifejtés, helyes levezetés 3 pont
- kivitelezés: figyelemfelkeltő, nem zsúfolt, áttekinthető, nem haladta meg a kiírt max. 7 diát 1 pont
- forrásmegjelölés 1 pont